

Közepék

Fogalom

Számtani közép: összeadjuk szépen a számokat és elosztjuk a darabszámmal.

Mértani közép: összeszorozzuk a számokat és annyiadik gyököt vonunk, ahány számot összeszoroztunk

Harmonikus közép: a számok reciprokainak számtani közepének a reciproka. ☺

Négyzetes közép: a számok négyzeteinek számtani közepének a gyöke ☺

Ha csupa pozitív számot veszünk, akkor mindegyik közép a legnagyobb és a legkisebb szám között lesz valahol, innen a közép elnevezés.

Jelölés

Számtani (aritmetikai) közép: $A = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$

Mértani (geometriai) közép: $G = \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$

Harmonikus közép: $H = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$

Négyzetes (kvadratis) közép: $K = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$

Tulajdonságok, definíciók

Ha minden szám pozitív, akkor igaz a következő egyenlőtlenség lánc:

$H \leq G \leq A \leq K$ és az egyenlőség pontosan akkor teljesül, ha minden szám egyenlő. Ezt gyakran használják ki különböző becslések készítésekor, szélsőérték problémák megoldásánál.

Egy egyszerű példa: 10 méter kerítésdróttal szeretném elkeríteni a lehető legnagyobb téglalap alakú területet. Hogyan tegyem?

Megoldás: legyen a téglalap egyik oldala x méter hosszú, akkor a szemben levő is x méter, marad $10-2x$, akkor a másik oldalra jut $5-x$ méter. A terület a két oldal hosszának szorzata, azaz $x(5-x)$, ennek kell maximálisnak lenni. Igen ám, de ez két szám szorzata, ami majdnem a mértani közép, annál meg nagyobb a számtani.

$\sqrt{x(5-x)} \leq \frac{x + (5-x)}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$, emeljük négyzetre, és azt kapjuk, hogy akármit csinálok a terület maximálisan 6,25 lehet, és ezt csak akkor tudom elérni, ha a téglalap oldali egyenlők (négyzet).

Műveletek

Csak a definíciókat kell megtanulni és mikor melyik közepet kell kiszámolni, annak megfelelően kell eljárni.

Kapcsolat, megjegyzések

Statisztika, Mikroökonómia